Aufgabe 1

Sei B ein beschränktes Jordan-messbares Gebiet. Berechnen Sie das Volumen des Kegels

$$K = \{(1-t)x, t) : 0 \leq t \leq 1,\, x \in B \subset \mathbb{R}^2\}.$$

Aufgabe 2

Berechnen Sie das Volumen des Volltorus

$$T = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : (R - \sqrt{x^2+y^2})^2 + z^2 \leq r^2\},$$

wobei $0 < r < R$.

Aufgabe 3

Sei $A = \{x \in \mathbb{R}^3 : r_1 < |x| < r_2\}$. Verifizieren Sie die Formel für das Newtonpotential der rotationssymmetrischen Funktion:

$$\int_A \frac{f(|y|)}{|x-y|}\, dy = \begin{cases} C \text{ für } 0 < |x| < r_1 \\ \frac{m}{|x|} \text{ für } |x| > r_2, \end{cases}$$

wobei C und m Kostanten sind.

Aufgabe 4

Sei $S = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 2y^2 - x \leq 1, x \leq 1\}$. Berechnen Sie den Schwerpunkt des Körpers, der durch die Rotation um den Winkel π der Fläche S um die x-Achse erhalten ist.

Bitte schreiben Sie Ihre(n) Namen sowie die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf jedes Lösungsblatt. Abgabe ist am Montag, 15.7.2013, vor der Vorlesung.